Isomorphisme Défini par un Opérateur Différentiel p-Parabolique et ses Applications au Problèmes de Cauchy(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Kotake, Takeshi

【45】

氏　名	小(こ)　竹(たけ)　武(たけし)
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	工　博　第11号
学位授与の日付	昭和34年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科応用物理学専攻
学位論文題目	**Isomorphisme Défini par un Opérateur Différentiel p-Parabolique et ses Applications au Problèmes de Cauchy** (放物型微分方程式に対する同型定理および初期値問題について)
論文調査委員	(主査) 教授 国井修二郎　教授 槌木義一　教授 玉田珖

論文内容の要旨

一般な双曲型偏微分方程式の初期値問題に対して，ゴルディングは1956年に画期的な論文を提出した。すなわち彼はコーシー＝コワレフスキーによる解の存在定理を用いることなく，エネルギー不等式および共役不等式と呼ばれる二つの不等式が成立することを証明し，これを用いて解の存在を明らかにしたのである。本論文は，ゴルディングのこの思想に着目し，種々の困難な問題と取り組みつつ，ついに一般な放物型偏微分方程式に対しても同様な取り扱いが可能であることを示し，初期値問題に一つの新しい解法を与えたもので，全編7節よりなっている。

第1節では本論文に用いられる種々の数学的記号の説明ならびにペトロフスキーによる一般な放物型偏微分方程式の定義がのべられてある。

第2節は後の数節で用いられる数個の基本的な補助定理をのべた部分で，特に補助定理2・3は著者の創意にかかり，後にエネルギー不等式を導くに当たって，重要な役割を果たすものである。

なお，著者は各種のノルムを定義し，それに関連して定数係数の放物型偏微分方程式に対して成立する一つの積分不等式を導くことができた。

第3節においては，上に得られた積分不等式を変数係数の場合に拡張する問題が論じられてある。すなわち，著者は適当に問題を局所化し，変数係数の場合が定数係数の場合に還元し得ることを示した。

以上の3節を準備として，第4節では，エネルギー不等式が証明されているが，これは本論文の中核ともいうべき部分である。いま，n+1次元空間における帯状領域で定義されたコンパクトな台を持ち，かつ初期超平面の近傍で恒等的にゼロとなる無限回微分可能な関数の全体を，第2節で定義したノルムに関して完備化すれば，その結果一つのヒルベルト空間 $H^{k,q}$ が得られる。このとき，階数 m+1 なる放物型偏微分作用素Aは $H^{m+1,q}$ から $H^{o,q}$ への連続な写像を定義するものと拡張解釈しうる。そしてエネルギー不等式はこの写像が一対一であり，かつ逆写像もまた連続になることをいい表わすものである。このことは放物型偏微分作用素に特有な興味ある結果である。

なお，ヒルベルト空間を用いる抽象的方法は，解の存在を証明するに際して非常に見透しのよいものであるが，一般的にいえば求められた解が普通の意味で微分可能ではないため，あらためて解の微分可能性を証明しなければならないという不便さがある。

第5節はこの問題を論じたもので，フリードリックスによる軟化作用素およびソボレフの定理を用いて解の領域内部および境界上での微分可能性を論じている。

第6節は共役不等式の証明にあてられている。その結果として，$H^{o,q}$に属する任意の関数は$H^{m+1,q}$に属する稠密な部分集合の微分作用素Aによる像の中より選ばれた関数列によって，いかほどでも近似し得ることが証明されている。そして著者は，このことと第4節の結果とを利用して$H^{m+1,q}$と$H^{o,q}$とが同型であることを見出したのである。

第7節は以上の結果をもとにして初期値問題を論じたもので，任意に与えられた初期値に対し解がただ一つ存在することが証明されている。なお，初期値に関する解の連続性は第4節のエネルギー不等式により，また初期値がじゅうぶんに滑らかなときには解もまたじゅうぶん滑らかになり，普通の意味の解であることは第5節の微分可能性により，保証されることをも著者はあわせて証明している。

論文審査の結果の要旨

初期値問題とは，与えられた初期値をとるように，与えられた微分方程式の解を求める問題であり，数理物理学および微分方程式論における重要課題の一つである。一般な双曲型偏微分方程式に対する初期値問題は，ルレイの研究を端緒として近年大きな進歩を見たのであるが，放物型偏微分方程式の初期値問題に関する一般的研究はごく最近になって始められたに過ぎない。このように放物型偏微分方程式の初期値問題に対する研究が進まなかった主な理由の一つは，おそらく，これに対してはコーシー＝コワレフスキーによる解の存在定理が適用できないという点にあると思われるのである。

しかるに，1956年にいたってゴルディングは，一般な双曲型偏微分方程式に対してコーシー＝コワレフスキーの定理を用いることなく，エネルギー不等式および共役不等式と呼ばれる二つの不等式が成立することを証明し，これを用いて初期値問題に対する興味深い解法を示したのである。本論文は，ゴルディングのこの思想に立脚して，一般な放物型偏微分方程式の初期値問題に対しても同様にエネルギー不等式および共役不等式が成り立つことを独自の巧妙な方法によって証明し，これらの不等式を用いて解の存在およびその一意性を確かめ，かつ得られた解が初期値に対して連続的に依存することをもあわせて示している。なお，著者は応用上の必要性からフリードリックスの軟化作用素およびソボレフの定理を用いて初期値がじゅうぶんに滑らかであるならば得られた解もじゅうぶんに滑らかであり，上の解は普通の意味での解であることを明らかにしている。

このように本論文は一般な放物型偏微 分方程式に対する初期値問題をゴルディングの思想に基き，新しい独自の方法を用いて解明したものであって，学術上寄与するところが大きく，工学博士の学位論文として価値あるものと認める。

〔主論文公表誌〕

Memoirs of the Facnlty of Engineering, Kyoto Uniuersity, Vol. 21 (1959), No. 4

〔参 考 論 文〕　な　　　し